

Análisis Sintáctico Ascendente

CI4721 – Lenguajes de Programación II

Ernesto Hernández-Novich
<emhn@usb.ve>

Universidad “Simón Bolívar”

Copyright ©2012-2016

Expresiones, de nuevo

La gramática determinística

$$E \rightarrow E + T$$

$$E \rightarrow T$$

$$T \rightarrow T * F$$

$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow \mathbf{id}$$

- Establece las precedencias y asociatividades *sintácticamente*
 - Asociatividad izquierda – es $LR(1)$ pero no $LL(1)$.
 - La asociativa por izquierda para $LL(1)$ resulta poco natural.
- Reconocedor pasa mucho tiempo en reglas encadenadas.

Expresiones, de nuevo

La gramática ambigua

$$E \rightarrow E + E$$

$$E \rightarrow E * E$$

$$E \rightarrow (E)$$

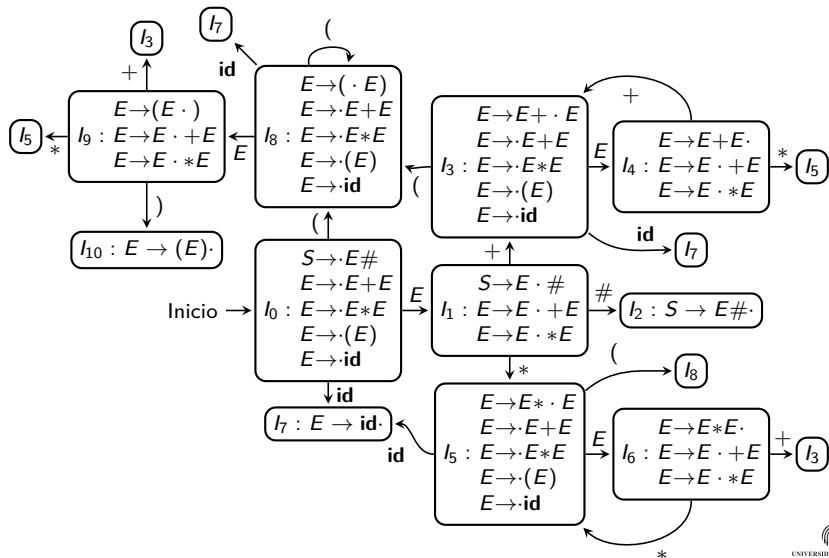
$$E \rightarrow \mathbf{id}$$

- No establece precedencias y asociatividades – es ambigua, ¡doh!
- Reconocedor genera un árbol menos profundo.

¿Cómo podemos “hacer que nos obedezca”?



¿Podemos resolver los conflictos “manualmente”?



Multiplicaciones dominan a sumas

¿Cuál es el comportamiento adecuado?

- Si se procesa $\mathbf{id} + \mathbf{id} * \mathbf{id}$ el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E + E \cdot \\
 I_4 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo $\mathbf{id} + \mathbf{id}$ en el tope de la pila – **conviene** que ocurra el *shift*.

Multiplicaciones dominan a sumas

¿Cuál es el comportamiento adecuado?

- Si se procesa $\mathbf{id + id * id}$ el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E + E \cdot \\
 I_4 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo $\mathbf{id + id}$ en el tope de la pila – **conviene** que ocurra el *shift*.

- Si se procesa $\mathbf{id * id + id}$ el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E * E \cdot \\
 I_6 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo $\mathbf{id * id}$ en el tope de la pila – **conviene** que ocurra el *reduce*.

Asociatividad

¿Cuál es el comportamiento adecuado?

- Si se procesa **id + id + id** el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E + E \cdot \\
 I_4 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo **id + id** en el tope de la pila

- Para asociatividad a la izquierda, **conviene** que ocurra el *reduce*.
- Para asociatividad a la derecha, **conviene** que ocurra el *shift*.

Asociatividad

¿Cuál es el comportamiento adecuado?

- Si se procesa **id + id + id** el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E + E \cdot \\
 I_4 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo **id + id** en el tope de la pila

- Para asociatividad a la izquierda, **conviene** que ocurra el *reduce*.
 - Para asociatividad a la derecha, **conviene** que ocurra el *shift*.
- Si se procesa **id * id * id** el reconocedor alcanzará

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E * E \cdot \\
 I_6 : E \rightarrow E \cdot + E \\
 E \rightarrow E \cdot * E
 \end{array}$$

teniendo **id * id** en el tope de la pila

- Para asociatividad a la izquierda, **conviene** que ocurra el *reduce*.
- Para asociatividad a la derecha, **conviene** que ocurra el *shift*.

Resolvemos los conflictos en la tabla manualmente

There, I fixed it!

	id	+	*	()	#	E
l_0	s7			s8			1
l_1		s3	s5			s2	
l_2						acc	
l_3	s7			s8			4
l_4		r1	s5		r1	r1	
l_5	s7			s8			6
l_6		s3	r2		r2	r2	
l_7		r4	r4		r4	r4	
l_8	s7			s8			9
l_9		s3	s5		s10		
l_{10}		r3	r3		r3	r3	



Resolvemos los conflictos en la tabla manualmente

There, I fixed it!

	id	+	*	()	#	E
l_0	s7			s8			1
l_1		s3	s5			s2	
l_2						acc	
l_3	s7			s8			4
l_4		r1	s5		r1	r1	
l_5	s7			s8			6
l_6		s3	r2		r2	r2	
l_7		r4	r4		r4	r4	
l_8	s7			s8			9
l_9		s3	s5		s10		
l_{10}		r3	r3		r3	r3	

¿Cómo generalizar el método?



Gramática de Operadores

Sea $G = (N, \Sigma, P, S)$ una gramática libre de contexto tal que

- No tiene λ -producciones, salvo quizás $S \rightarrow \lambda$
- $\forall A \rightarrow \alpha \in P$, nunca ocurren en α dos no terminales adyacentes.

diremos que G es una **Gramática de Operadores**.

Relaciones de Precedencia

Sea $G = (N, \Sigma, P, S)$ una Gramática de Operadores.

Definiremos tres *relaciones de precedencia* sobre $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \Sigma \cup \{\#\}$

- $\mathbf{a} \triangleleft \mathbf{b}$ – \mathbf{a} (“cede”) tiene menos precedencia que \mathbf{b} .
- $\mathbf{a} \doteq \mathbf{b}$ – tienen igual precedencia.
- $\mathbf{a} \triangleright \mathbf{b}$ – \mathbf{a} (“domina”) tiene más precedencia que \mathbf{b} .

No son como las relaciones mayor que, igual, ni menor que.
Reflexividad, simetría y transitividad no siempre ocurren.

Construyendo las relaciones

¿Cuál es la intención?

Queremos que las relaciones nos ayuden a escoger el item $LR(0)$ asociado al lado derecho de la producción que nos conviene. Entonces, suponiendo

$$S \xRightarrow{*} \alpha Ax \Rightarrow \alpha \beta x \xRightarrow{*} w$$

- Usaremos \triangleleft para “marcar” la frontera entre α y β .
- Usaremos \triangleright para “marcar” la frontera entre β y x .
- \doteq ocurrirá cero o más veces en el interior de β .

Aprovechando las relaciones

Manipulación de la forma sentencial

- Nunca hay dos no terminales adyacentes en las producciones – ¡tampoco los hay en la forma sentencial! Son de la forma

$$\alpha_0 a_0 \alpha_1 a_1 \dots a_n \alpha_n$$

donde $a_i \in \Sigma$ y $\alpha_i \in N \cup \{\lambda\}$

Aprovechando las relaciones

Manipulación de la forma sentencial

- Nunca hay dos no terminales adyacentes en las producciones – ¡tampoco los hay en la forma sentencial! Son de la forma

$$\alpha_0 a_0 \alpha_1 a_1 \dots a_n \alpha_n$$

donde $a_i \in \Sigma$ y $\alpha_i \in N \cup \{\lambda\}$

- Ahora podemos
 - 1 Delimitar la forma sentencial con # en ambos extremos.

Aprovechando las relaciones

Manipulación de la forma sentencial

- Nunca hay dos no terminales adyacentes en las producciones – ¡tampoco los hay en la forma sentencial! Son de la forma

$$\alpha_0 a_0 \alpha_1 a_1 \dots a_n \alpha_n$$

donde $a_i \in \Sigma$ y $\alpha_i \in N \cup \{\lambda\}$

- Ahora podemos
 - 1 Delimitar la forma sentencial con # en ambos extremos.
 - 2 Definir $\forall \mathbf{a} \in \Sigma, \# \prec \mathbf{a} \text{ y } \mathbf{a} \succ \#$

Aprovechando las relaciones

Manipulación de la forma sentencial

- Nunca hay dos no terminales adyacentes en las producciones – ¡tampoco los hay en la forma sentencial! Son de la forma

$$\alpha_0 a_0 \alpha_1 a_1 \dots a_n \alpha_n$$

donde $a_i \in \Sigma$ y $\alpha_i \in N \cup \{\lambda\}$

- Ahora podemos
 - Delimitar la forma sentencial con # en ambos extremos.
 - Definir $\forall a \in \Sigma, \# \prec a$ y $a \succ \#$
 - Eliminar los no terminales α de la forma sentencial.

Aprovechando las relaciones

Manipulación de la forma sentencial

- Nunca hay dos no terminales adyacentes en las producciones – ¡tampoco los hay en la forma sentencial! Son de la forma

$$\alpha_0 a_0 \alpha_1 a_1 \dots a_n \alpha_n$$

donde $a_i \in \Sigma$ y $\alpha_i \in N \cup \{\lambda\}$

- Ahora podemos
 - Delimitar la forma sentencial con # en ambos extremos.
 - Definir $\forall a \in \Sigma, \# \prec a$ y $a \succ \#$
 - Eliminar los no terminales α de la forma sentencial.
 - Reemplazarlos por la relación entre a_i y a_{i+1} – denotada $rel_{i,i+1}$.

para terminar con algo como

$$\# \prec a_0 \ rel_{0,1} \ a_1 \ rel_{1,2} \ a_2 \ \dots \ a_n \ \succ \ \#$$

Las relaciones en nuestra gramática

... y un ejemplo

	id	+	*	#
id		>	>	>
+	<	>	<	>
*	<	>	>	>
#	<	<	<	

Nos permite transformar

id+id*id

en

< id > + < id > * < id >



When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar $\>$ – frontera derecha.



When you see it . . .

- ➊ Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- ➋ Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.



When you see it . . .

- ➊ Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- ➋ Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- ➌ Reducir con la regla apropiada.

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \langle \underline{\text{id}} \rangle + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	ubicar

When you see it . . .

- ① Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- ② Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- ③ Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle \text{id} \rangle} + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	reducir $E \rightarrow \text{id}$

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle \text{id} \rangle} + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	reducir $E \rightarrow \text{id}$
$\# \triangleleft + \langle \text{id} \rangle * \langle \text{id} \rangle \#$	reemplazar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \triangleleft * \langle id \rangle \#$	reemplazar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \triangleleft * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \triangleleft * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \triangleleft + \triangleleft * E \#$	reducir $E \rightarrow id$

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \langle + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + \langle * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \rangle \#$	reemplazar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \langle + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + \langle * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle * \rangle} \#$	ubicar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \langle + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + \langle * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle * \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + E \#$	reducir $E \rightarrow E * E$

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \succ – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \prec – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \langle + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + \langle * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle * \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + E \#$	reducir $E \rightarrow E * E$
$\# \langle + \rangle \#$	reemplazar

When you see it ...

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \triangleright – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \triangleleft – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\triangleleft id \triangleright} + \triangleleft id \triangleright * \triangleleft id \triangleright \#$	ubicar
$\# E + \triangleleft id \triangleright * \triangleleft id \triangleright \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \triangleleft id \triangleright * \triangleleft id \triangleright \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\triangleleft id \triangleright} * \triangleleft id \triangleright \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E * \triangleleft id \triangleright \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \triangleleft * \triangleleft id \triangleright \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \triangleleft * \underline{\triangleleft id \triangleright} \#$	ubicar
$\# \triangleleft + \triangleleft * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \triangleleft + \triangleleft * \triangleright \#$	reemplazar
$\# \triangleleft + \underline{\triangleleft * \triangleright} \#$	ubicar
$\# \triangleleft + E \#$	reducir $E \rightarrow E * E$
$\# \triangleleft + \triangleright \#$	reemplazar
$\# \underline{\triangleleft + \triangleright} \#$	ubicar

When you see it . . .

- 1 Avanzar hacia la derecha hasta encontrar \succ – frontera derecha.
- 2 Regresar hacia la izquierda hasta encontrar \prec – frontera izquierda.
- 3 Reducir con la regla apropiada.

Forma Sentencial	Operación
$\# \underline{\langle id \rangle} + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# E + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle id \rangle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle id \rangle} * \langle id \rangle \#$	ubicar
$\# \langle + E * \langle id \rangle \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \langle id \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \langle * \underline{\langle id \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + \langle * E \#$	reducir $E \rightarrow id$
$\# \langle + \langle * \rangle \#$	reemplazar
$\# \langle + \underline{\langle * \rangle} \#$	ubicar
$\# \langle + E \#$	reducir $E \rightarrow E * E$
$\# \langle + \rangle \#$	reemplazar
$\# \underline{\langle + \rangle} \#$	ubicar
$\# E \#$	reducir $E \rightarrow E + E$

Y se puede hacer en una sola pasada

Reconocedor por Precedencia de Operadores

Inicialización

input: $w \in \Sigma^*$ y la tabla de precedencia

{Empilar el centinela}

push(#)

{Preparar el *lookahead*}

$e \leftarrow$ primer símbolo de w



Reconocedor por Precedencia de Operadores

Procesamiento

```

while true do
  if top() = # and e = # then
    return
  else
    p ← top()
    if p < e or p ≐ e then
      push(e)
      e ← siguiente símbolo de entrada
    else if p > e then
      repeat
        x ← pop()
      until top() < x
      emitir producción reducida
    else
      error()
    end if
  end if
end while

```

¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.



¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.
- Heurística a partir de precedencias y asociatividades algebraicas



¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.
- Heurística a partir de precedencias y asociatividades algebraicas
 - Si el operador θ_1 tiene precedencia sobre θ_2 , hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$.



¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.
- Heurística a partir de precedencias y asociatividades algebraicas
 - Si el operador θ_1 tiene precedencia sobre θ_2 , hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$.
 - Si θ_1 y θ_2 tienen igual precedencia:
 - Hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \succ \theta_1$ si asocian hacia la izquierda.
 - Hacer $\theta_1 \prec \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$ si asocian hacia la derecha.

¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.
- Heurística a partir de precedencias y asociatividades algebraicas
 - Si el operador θ_1 tiene precedencia sobre θ_2 , hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$.
 - Si θ_1 y θ_2 tienen igual precedencia:
 - Hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \succ \theta_1$ si asocian hacia la izquierda.
 - Hacer $\theta_1 \prec \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$ si asocian hacia la derecha.
 - $\forall \theta$ hacer

$$\begin{array}{cccc}
 \theta \prec \mathbf{id} & \mathbf{id} \succ \theta & \theta \prec (& (\prec \theta \\
 \theta \succ) &) \succ \theta & \theta \succ \# & \# \prec \theta
 \end{array}$$

¿Cómo construir la tabla de precedencia?

- Técnica “con mucho cuidado”
 - Establecer relaciones manualmente en la forma que resulte conveniente.
 - Comprobar que el reconocedor acepta el lenguaje de interés.
- Heurística a partir de precedencias y asociatividades algebraicas
 - Si el operador θ_1 tiene precedencia sobre θ_2 , hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$.
 - Si θ_1 y θ_2 tienen igual precedencia:
 - Hacer $\theta_1 \succ \theta_2$ y $\theta_2 \succ \theta_1$ si asocian hacia la izquierda.
 - Hacer $\theta_1 \prec \theta_2$ y $\theta_2 \prec \theta_1$ si asocian hacia la derecha.
 - $\forall \theta$ hacer

$$\begin{array}{cccc} \theta \prec \mathbf{id} & \mathbf{id} \succ \theta & \theta \prec (& (\prec \theta \\ \theta \succ) &) \succ \theta & \theta \succ \# & \# \prec \theta \end{array}$$

- Hacer

$$\begin{array}{ccc} (\doteq) & \# \prec (& \# \prec \mathbf{id} \\ (\prec (& \mathbf{id} \succ \# &) \succ \# \\ (\prec \mathbf{id} & \mathbf{id} \succ) &) \succ) \end{array}$$

Para una gramática completa

	+	-	*	/	^	id	()	#
$E \rightarrow E+E$	>	>	<	<	<	<	<	>	>
$E \rightarrow E-E$	>	>	<	<	<	<	<	>	>
$E \rightarrow E * E$	>	>	>	>	<	<	<	>	>
$E \rightarrow E / E$	>	>	>	>	<	<	<	>	>
$E \rightarrow E^E$	>	>	>	>	<	<	<	>	>
$E \rightarrow E \text{ id}$	>	>	>	>	>			>	>
$E \rightarrow (E)$	<	<	<	<	<	<	<	=	
$E \rightarrow \text{id}$	>	>	>	>	>			>	>
#	<	<	<	<	<	<	<		

- Exponenciación de máxima precedencia, asocia a la derecha.
- Producto y cociente, asocian a la izquierda.
- Suma y resta de mínima precedencia, asocian a la izquierda.

Los operadores unarios

- En una gramática para operadores booleanos, además de los operadores binarios **and** y **or**, tenemos al operador unario prefijo **not**.
 - $\forall \theta$ hacemos $\theta \prec \mathbf{not}$
 - Si queremos **not** con precedencia superior, $\forall \theta$ hacemos $\mathbf{not} \succ \theta$.
 - Si queremos **not** con precedencia inferior, $\forall \theta$ hacemos $\mathbf{not} \prec \theta$.



Los operadores unarios

- En una gramática para operadores booleanos, además de los operadores binarios **and** y **or**, tenemos al operador unario prefijo **not**.
 - $\forall \theta$ hacemos $\theta \triangleleft \mathbf{not}$
 - Si queremos **not** con precedencia superior, $\forall \theta$ hacemos $\mathbf{not} \triangleright \theta$.
 - Si queremos **not** con precedencia inferior, $\forall \theta$ hacemos $\mathbf{not} \triangleleft \theta$.
- En una gramática para operadores aritméticos, además del operador binario - tenemos el operador unario -.
 - No puede construirse la tabla de precedencias porque cada caso requiere relaciones diferentes.
 - Solución parcial haciendo que el lexicográfico retorne dos tokens diferentes – ¿cómo reconocer la diferencia?



Consideraciones de Eficiencia

Las tablas no hacen falta

La tabla se codifica con un par de *funciones de precedencia*

$$f, g : \Sigma \cup \{\#\} \rightarrow \mathbb{N}$$

que son escogidas de manera tal que, para $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \Sigma \cup \{\#\}$

- ❶ $f(\mathbf{a}) < g(\mathbf{b})$ cuando $\mathbf{a} \triangleleft \mathbf{b}$
 - ❷ $f(\mathbf{a}) = g(\mathbf{b})$ cuando $\mathbf{a} \doteq \mathbf{b}$
 - ❸ $f(\mathbf{a}) > g(\mathbf{b})$ cuando $\mathbf{a} \triangleright \mathbf{b}$
- No es posible encontrar f y g para todas las tablas de precedencia – para las que se usan en la práctica, si.
 - Reemplazar la tabla por funciones impide detectar los errores inmediatamente – se difieren para el *reduce*.



¿Cómo determinar f y g ?

... suponiendo que existen

- 1 $\forall a \in \Sigma$ definir nodos f_a y g_a .



¿Cómo determinar f y g ?

... suponiendo que existen

- 1 $\forall \mathbf{a} \in \Sigma$ definir nodos $f_{\mathbf{a}}$ y $g_{\mathbf{a}}$.
- 2 Particionar los nodos, considerando que si $\mathbf{a} \doteq \mathbf{b}$ entonces $f_{\mathbf{a}}$ y $g_{\mathbf{b}}$ están en el mismo grupo.



¿Cómo determinar f y g ?

... suponiendo que existen

- ❶ $\forall a \in \Sigma$ definir nodos f_a y g_a .
- ❷ Particionar los nodos, considerando que si $a \doteq b$ entonces f_a y g_b están en el mismo grupo.
- ❸ Para cualesquiera a y b :
 - Si $a \triangleleft b$, agregar arista con origen en el grupo g_b dirigida al grupo f_a .
 - Si $a \triangleright b$, agregar arista con origen en el grupo f_a hacia el grupo g_b .



¿Cómo determinar f y g ?

... suponiendo que existen

- 1 $\forall \mathbf{a} \in \Sigma$ definir nodos $f_{\mathbf{a}}$ y $g_{\mathbf{a}}$.
- 2 Particionar los nodos, considerando que si $\mathbf{a} \doteq \mathbf{b}$ entonces $f_{\mathbf{a}}$ y $g_{\mathbf{b}}$ están en el mismo grupo.
- 3 Para cualesquiera \mathbf{a} y \mathbf{b} :
 - Si $\mathbf{a} \triangleleft \mathbf{b}$, agregar arista con origen en el grupo $g_{\mathbf{b}}$ dirigida al grupo $f_{\mathbf{a}}$.
 - Si $\mathbf{a} \triangleright \mathbf{b}$, agregar arista con origen en el grupo $f_{\mathbf{a}}$ hacia el grupo $g_{\mathbf{b}}$.
- 4 Si el grafo tiene un ciclo, no existen funciones de precedencia asociadas. En caso contrario
 - $f(\mathbf{a})$ es la longitud del camino más largo que comienza en $f_{\mathbf{a}}$.
 - $g(\mathbf{a})$ es la longitud del camino más largo que comienza en $g_{\mathbf{a}}$.

Cálculo de f y g

Construcción del grafo

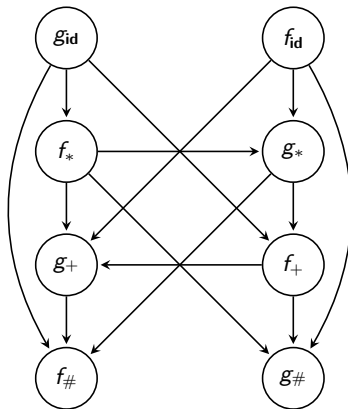
	id	+	*	#
id		>	>	>
+	<	>	<	>
*	<	>	>	>
#	<	<	<	



Cálculo de f y g

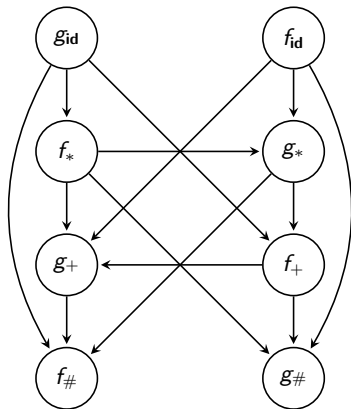
Construcción del grafo

	id	+	*	#
id		\triangleright	\triangleright	\triangleright
+	\triangleleft	\triangleright	\triangleleft	\triangleright
*	\triangleleft	\triangleright	\triangleright	\triangleright
#	\triangleleft	\triangleleft	\triangleleft	



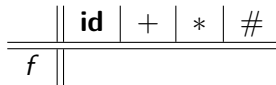
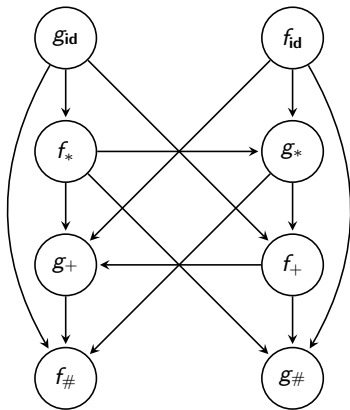
Cálculo de f y g

Cálculo de las funciones



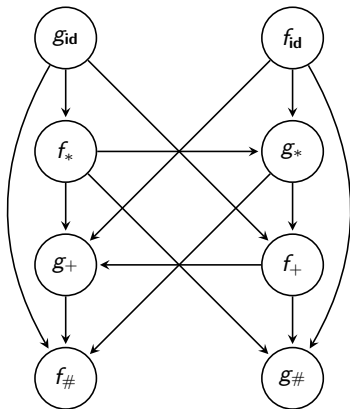
Cálculo de f y g

Cálculo de las funciones



Cálculo de f y g

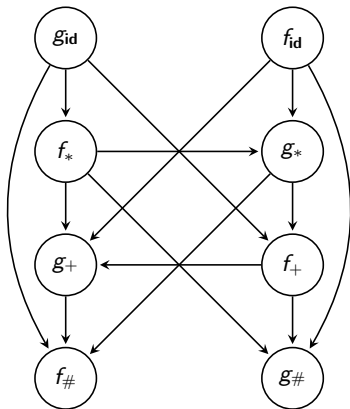
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4			

Cálculo de f y g

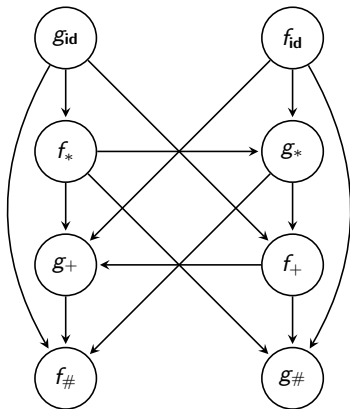
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2		

Cálculo de f y g

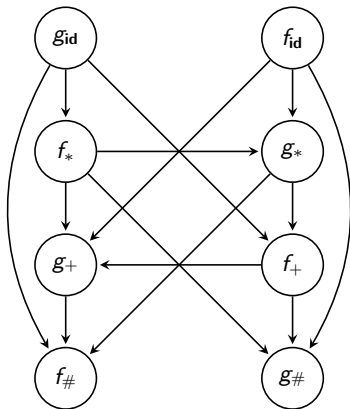
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	

Cálculo de f y g

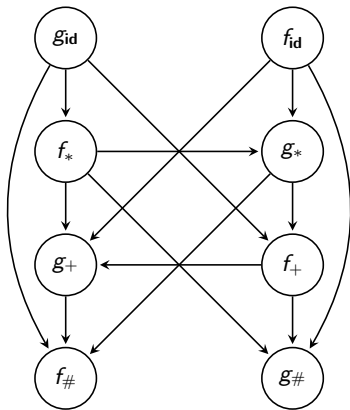
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	0
g				

Cálculo de f y g

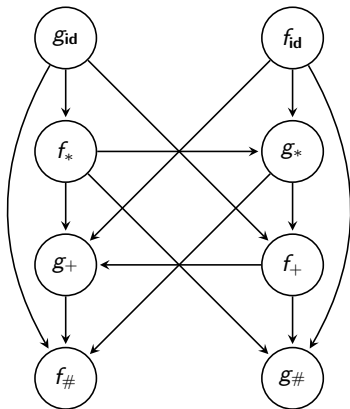
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	0
g	5			

Cálculo de f y g

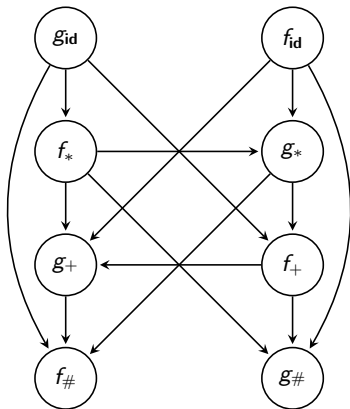
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	0
g	5	1		

Cálculo de f y g

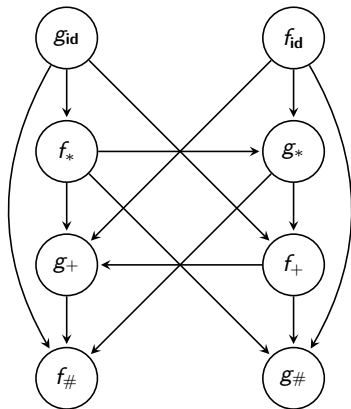
Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	0
g	5	1	3	

Cálculo de f y g

Cálculo de las funciones



	id	+	*	#
f	4	2	4	0
g	5	1	3	0

Detección y recuperación de errores

- Los errores se detectan cuando
 - No hay relación de precedencia entre el tope de la pila y la entrada – solamente disponible con la tabla completa.
 - Se detectó un ítem reducible, pero no hay regla con lado derecho correspondiente.
- La tabla contiene apuntadores a las rutinas que manejarán los errores.

Recuperación de errores al reducir

Sólo aplica la técnica del engaño

- Al extraer elementos de la pila, no se encontró una regla cuyo lado derecho corresponda.
- En base a los elementos extraídos, identificar la regla que más se parece y ajustar para continuar.
 - Supongamos que se extrajo **abc** de la pila.
 - Si hay una regla $E \rightarrow aEcE$ se puede reportar que *sobra* la **b**.
 - Si hay una regla $E \rightarrow aEbcEd$ se puede reportar que *falta* la **d**.
- Muy complejo y depende de la estructura del lenguaje.



La ambigüedad del if-then-else

Consideremos la gramática

$$S \rightarrow F$$

$$F \rightarrow \mathbf{iFeF}$$

$$F \rightarrow \mathbf{iF}$$

$$F \rightarrow \mathbf{x}$$

que abstrae las instrucciones condicionales if-then-else.

- El terminal **i** representa **if** \dots **then**.
- El terminal **x** representa el resto de las instrucciones del lenguaje.

La ambigüedad del if-then-else

No es $LL(k)$

Factorizando por izquierda, nos queda

$$S \rightarrow F\#$$

$$F \rightarrow iFR$$

$$F \rightarrow x$$

$$R \rightarrow eF$$

$$R \rightarrow \lambda$$

La ambigüedad del if-then-else

No es $LL(k)$

Factorizando por izquierda, nos queda

$$S \rightarrow F\#$$

$$F \rightarrow \mathbf{i}FR$$

$$F \rightarrow \mathbf{x}$$

$$R \rightarrow \mathbf{e}F$$

$$R \rightarrow \lambda$$

$$FOLLOW(S) = \{\#\}$$

$$FOLLOW(F) = \{\mathbf{e}, \#\}$$

$$FOLLOW(R) = \{\mathbf{e}, \#\}$$

La ambigüedad del if-then-else

No es $LL(k)$

Factorizando por izquierda, nos queda

$$S \rightarrow F\#$$

$$F \rightarrow iFR$$

$$F \rightarrow x$$

$$R \rightarrow eF$$

$$R \rightarrow \lambda$$

	i	x	e	#
S	$S \rightarrow F\#$			
F	$F \rightarrow iFR$	$F \rightarrow x$		
R			$R \rightarrow eF$ $R \rightarrow \lambda$	$R \rightarrow \lambda$

$$FOLLOW(S) = \{\#\}$$

$$FOLLOW(F) = \{e, \#\}$$

$$FOLLOW(R) = \{e, \#\}$$

La ambigüedad del if-then-else

No es $LL(k)$

Factorizando por izquierda, nos queda

$$S \rightarrow F\#$$

$$F \rightarrow iFR$$

$$F \rightarrow x$$

$$R \rightarrow eF$$

$$R \rightarrow \lambda$$

	i	x	e	#
S	$S \rightarrow F\#$			
F	$F \rightarrow iFR$	$F \rightarrow x$		
R			$R \rightarrow eF$ $R \rightarrow \lambda$	$R \rightarrow \lambda$

- Conflicto al expandir R con entrada e .
- Resolución manual
 - Avanzar hacia el e
 - Asociarlo con el i más cercano.

$$FOLLOW(S) = \{\#\}$$

$$FOLLOW(F) = \{e, \#\}$$

$$FOLLOW(R) = \{e, \#\}$$

La ambigüedad del if-then-else

No es $LR(k)$

Al calcular los items $LR(1)$ encontraremos

$$\begin{array}{l} F \rightarrow \mathbf{i}F \cdot \mathbf{e}F, \{\mathbf{e}, \#\} \\ F \rightarrow \mathbf{i}F \cdot \quad , \{\mathbf{e}, \#\} \end{array}$$

- Conflicto *shift/reduce* con **e** en la entrada.
- Resolución manual
 - Conviene hacer el *shift* para avanzar hacia el **e**.
 - Asocia el **e** con el **i** más cercano.

Otras soluciones

- Usar gramáticas con bloques explícitos **begin** \dots **end** o llaves.
- Reescriba la gramática para que no sea ambigua

$$F \rightarrow B$$

$$F \rightarrow U$$

$$B \rightarrow \mathbf{iBeB}$$

$$B \rightarrow \mathbf{x}$$

$$U \rightarrow \mathbf{iF}$$

$$U \rightarrow \mathbf{iBeU}$$

- Más difícil de comprender.
- Trabajo repetido en las acciones semánticas.
- Es una gramática de operadores – defina las relaciones para **e** y **i**.

Consideraciones

- Existe una variedad de Gramáticas de Precedencia
 - Precedencia simple – exactamente una entre \leq y \doteq .
 - Precedencia extendida – cadenas en lugar de símbolos.
 - Precedencia débil – relaciones no disjuntas.
 - Precedencia de operadores – a lo sumo una relación.



Consideraciones

- Existe una variedad de Gramáticas de Precedencia
 - Precedencia simple – exactamente una entre \leq y \doteq .
 - Precedencia extendida – cadenas en lugar de símbolos.
 - Precedencia débil – relaciones no disjuntas.
 - Precedencia de operadores – a lo sumo una relación.
- ¿Por qué se puede asegurar que se intentará al menos **una** reducción?



Consideraciones

- Existe una variedad de Gramáticas de Precedencia
 - Precedencia simple – exactamente una entre \prec y \doteq .
 - Precedencia extendida – cadenas en lugar de símbolos.
 - Precedencia débil – relaciones no disjuntas.
 - Precedencia de operadores – a lo sumo una relación.
- ¿Por qué se puede asegurar que se intentará al menos **una** reducción?
- ¿Por qué **siempre** se encontrará un \prec al buscar en la pila?



Consideraciones

- Existe una variedad de Gramáticas de Precedencia
 - Precedencia simple – exactamente una entre \leq y \doteq .
 - Precedencia extendida – cadenas en lugar de símbolos.
 - Precedencia débil – relaciones no disjuntas.
 - Precedencia de operadores – a lo sumo una relación.
- ¿Por qué se puede asegurar que se intentará al menos **una** reducción?
- ¿Por qué **siempre** se encontrará un \leq al buscar en la pila?
- Verifique que la tabla es correcta procesando

$$\text{id} * (\text{id} \hat{=} \text{id}) - \text{id} / \text{id}$$

- Modifique la tabla de precedencias considerando que se agrega la regla $E \rightarrow \text{num}$ a la gramática?
- Calcule f y g para la tabla de precedencias.



Bibliografía

- [Aho]
 - Sección 4.6 (Primera Edición)
 - Ejercicios 4.8.1 y 4.8.2
- [AU1972]
Aho, A. y Ullman, A.
The Theory of Parsing, Translation and Compiling: Volume I
Prentice Hall
- [Wikipedia – Operator Precedence Grammar](#)

