

# Análisis de Flujo

## CI4722 – Lenguajes de Programación III

Ernesto Hernández-Novich  
<emhn@usb.ve>

Universidad “Simón Bolívar”

Copyright ©2012-2016

# Mejoras sobre los ciclos

- Una vez identificados los ciclos, podemos aplicar mejoras locales.
  - Detectar y mover cálculos invariantes.
  - Eliminar variables de inducción.
  - Reducir la fuerza de cálculo en las variables de inducción.
- Aplicar a cada ciclo – desde los más internos hacia los más externos.



# Detección de Cómputos Invariantes

- *Loop invariants* – valores que no cambian mientras el control se encuentre ejecutando dentro del ciclo.
- Combinar Definiciones Activas con Detección de Ciclos Naturales.



# Detección de Cómputos Invariantes

- *Loop invariants* – valores que no cambian mientras el control se encuentre ejecutando dentro del ciclo.
- Combinar Definiciones Activas con Detección de Ciclos Naturales.
- Invariante Directa
  - $x := y + z$  está en el Ciclo Natural.
  - Todas las definiciones activas de  $y$  y  $z$  están *fuera* del ciclo.



# Detección de Cómputos Invariantes

- *Loop invariants* – valores que no cambian mientras el control se encuentre ejecutando dentro del ciclo.
- Combinar Definiciones Activas con Detección de Ciclos Naturales.
- Invariante Directa
  - $x := y + z$  está en el Ciclo Natural.
  - Todas las definiciones activas de  $y$  y  $z$  están *fuera* del ciclo.
- Invariante Indirecta
  - Supongamos que  $x$  es invariante.
  - $v := x + w$  está en el Ciclo Natural.
  - Todas las definiciones activas de  $w$  están *fuera* del lazo.
  - Concluimos que  $v$  es Invariante Indirecta.

Sugiere un algoritmo de punto fijo. . .



# Detección de Cómputos Invariantes

## Algoritmo

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.



# Detección de Cómputos Invariantes

## Algoritmo

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.

- 1 Marcar como invariantes todas aquellas instrucciones tales que:
  - Sus operandos sean constantes.
  - Sus operandos tengan **todas** sus definiciones activas **fuera** de  $L$ .



# Detección de Cómputos Invariantes

## Algoritmo

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.

- 1 Marcar como invariantes todas aquellas instrucciones tales que:
  - Sus operandos sean constantes.
  - Sus operandos tengan **todas** sus definiciones activas **fuera** de  $L$ .
- 2 Marcar como invariantes todas aquellas instrucciones tales que:
  - Sus operandos sean constantes.
  - Sus operandos tengan **todas** sus definiciones activas **fuera** de  $L$ .
  - Sus operandos tienen **exactamente una** definición, que está **dentro** de  $L$  y en una instrucción invariante.
- 3 Repetir el paso 2 hasta que dejen de marcarse instrucciones.





# Movimiento del Cómputo Invariante

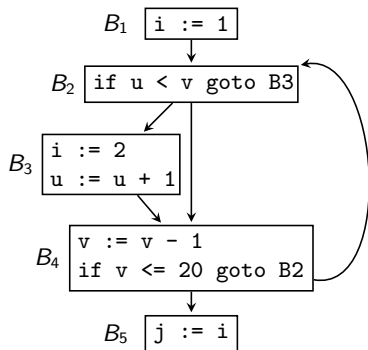
- Un Cómputo Invariante en el ciclo  $L$  puede ser movido de manera que se ejecute una sola vez *antes* de entrar al ciclo.
- Agregar un nuevo bloque previo al *header* de  $L$  – *pre-header*
  - Tiene como predecesores a todos los predecesores del *header*.
  - Tiene como único sucesor al *header*.
- La instrucción  $x := y + z$  puede moverse siempre y cuando:
  - 1 El bloque que la contiene domina a **todas** las salidas del ciclo  $L$ .
  - 2 No hay **ninguna** otra instrucción en  $L$  que asigne a  $x$ .
  - 3 **Todos** los usos de  $x$  en  $L$  dependen de esa definición.

Respetar las tres reglas es crucial.



# Condiciones para el movimiento

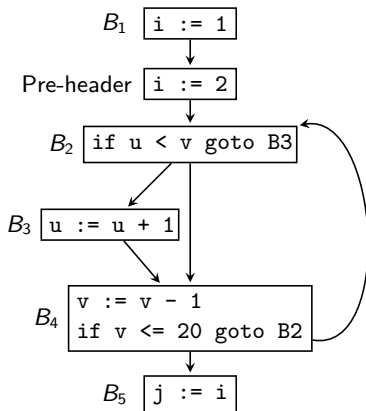
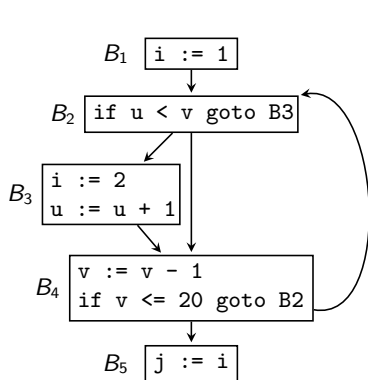
## Respetar la Condición de Dominación



- $i := 2$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$

# Condiciones para el movimiento

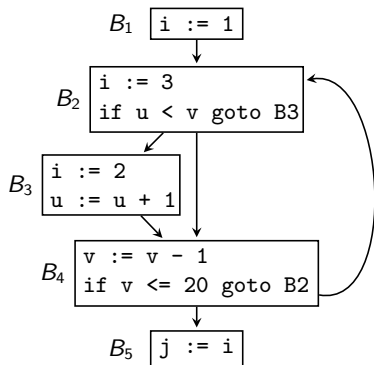
## Respetar la Condición de Dominación



- $i := 2$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$
- $B_3$  no domina a  $B_4$  – ¡mover introduce un *bug*!

# Condiciones para el movimiento

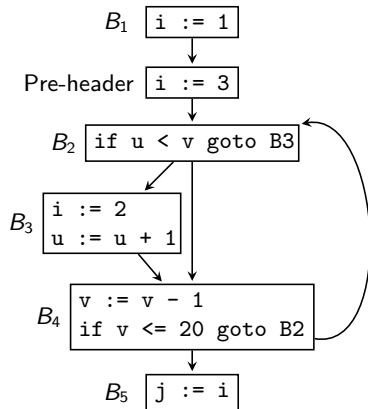
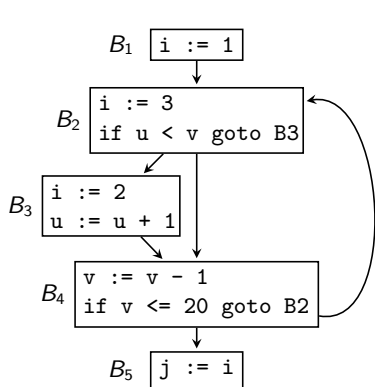
## Respetar la Condición de Asignación Única



- $i := 3$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$

# Condiciones para el movimiento

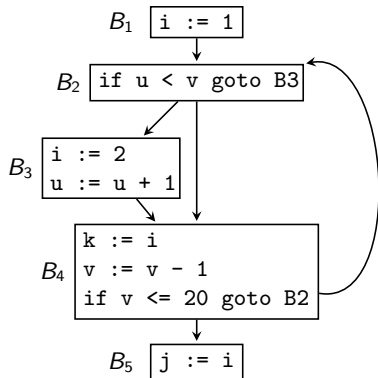
## Respetar la Condición de Asignación Única



- $i := 3$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$
- Hay otra asignación – ¡mover introduce un *bug*!

# Condiciones para el movimiento

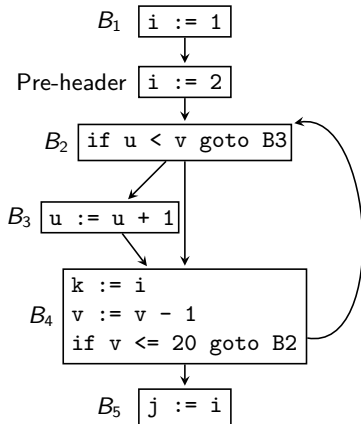
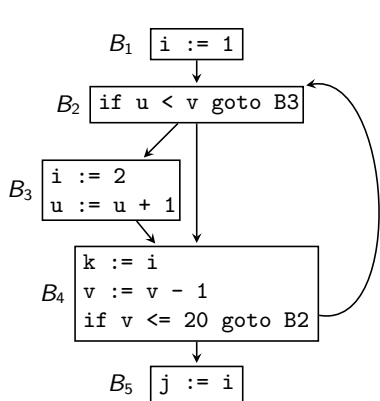
## Respetar la Condición de Uso Propio



- $i := 2$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$

# Condiciones para el movimiento

## Respetar la Condición de Uso Propio



- $i := 2$  – invariante en el ciclo  $B_2, B_3, B_4$
- $k := i$  usaba a  $B_1$  y  $B_3$  – ¡mover introduce un *bug*!

# Algoritmo de Movimiento de Código

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada bloque dispone de información de Dominadores.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.





# Algoritmo de Movimiento de Código

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada bloque dispone de información de Dominadores.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.

- 1 Encontrar las instrucciones con Cómputos Invariantes.



# Algoritmo de Movimiento de Código

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada bloque dispone de información de Dominadores.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.

- 1 Encontrar las instrucciones con Cómputos Invariantes.
- 2 Para cada instrucción  $x := y + z$  encontrada, verificar que:
  - Está en un bloque que domina a **todas** las salidas de  $L$ ,
  - **Ningún** otro bloque de  $L$  define a  $x$ ,  $y$
  - Sólo **esa** definición de  $x$  alcanza a **todos** los usos de  $x$  en  $L$ .



# Algoritmo de Movimiento de Código

Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.

Cada bloque dispone de información de Dominadores.

Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.

- 1 Encontrar las instrucciones con Cómputos Invariantes.
- 2 Para cada instrucción  $x := y + z$  encontrada, verificar que:
  - Está en un bloque que domina a **todas** las salidas de  $L$ ,
  - **Ningún** otro bloque de  $L$  define a  $x$ ,  $y$
  - Sólo **esa** definición de  $x$  alcanza a **todos** los usos de  $x$  en  $L$ .
- 3 Si cumple las tres condiciones, moverla al *pre-header* preservando el orden en que fue encontrada durante el paso (1).



# Condiciones impiden introducir defectos

- Condiciones de Dominación y Asignación Única.
  - Garantizan que el valor de  $x$  calculado por la instrucción a mover es *efectivamente* el valor al salir de  $L$ .
  - Mover la instrucción al *pre-header* mantiene esa definición como la única para todo  $L$  y por ende será el valor al salir.



# Condiciones impiden introducir defectos

- Condiciones de Dominación y Asignación Única.
  - Garantizan que el valor de  $x$  calculado por la instrucción a mover es *efectivamente* el valor al salir de  $L$ .
  - Mover la instrucción al *pre-header* mantiene esa definición como la única para todo  $L$  y por ende será el valor al salir.
- Condición de Uso Propio
  - Garantiza que cualquier uso de  $x$  en  $L$  usaba y continuará usando la definición hecha por la instrucción.
  - Mover la instrucción al *pre-header* mantiene esa definición como la única para todo  $L$  y por ende será común a los usos en  $L$ .



# Condiciones impiden introducir defectos

- Condiciones de Dominación y Asignación Única.
  - Garantizan que el valor de  $x$  calculado por la instrucción a mover es *efectivamente* el valor al salir de  $L$ .
  - Mover la instrucción al *pre-header* mantiene esa definición como la única para todo  $L$  y por ende será el valor al salir.
- Condición de Uso Propio
  - Garantiza que cualquier uso de  $x$  en  $L$  usaba y continuará usando la definición hecha por la instrucción.
  - Mover la instrucción al *pre-header* mantiene esa definición como la única para todo  $L$  y por ende será común a los usos en  $L$ .
- La Condición de Dominación garantiza que la instrucción se ejecutaba al menos *una* vez en el ciclo – después de moverla al *pre-header* se ejecutará *exactamente* una vez.

Mismo cómputo, pero mejorado.



# ¿Y la información de Flujo de Datos?

Hay que mantenerla vigente para continuar aplicando mejoras

- Usos de la variable  $x$  definida por la instrucción que movimos siguen siendo alcanzados pero ahora desde el *pre-header* – sólo hay que ajustar la referencia al *pre-header*.
- Definiciones de operandos usadas por la instrucción que movimos:
  - Estaban fuera de  $L$  – siguen alcanzando al *pre-header*.
  - Estaban dentro de  $L$  – también fueron movidos al *pre-header* y están antes de la instrucción.
- El *pre-header* es nuevo dominador inmediato del *header*

El mantenimiento de estructuras es económico.



# Eliminación de Variables de Inducción

- Una **Variable de Inducción** de un ciclo  $L$  es aquella que cada vez que cambia (incremento o decremento) lo hace en una cantidad *constante*.
- Método general para eliminar **Variables de Inducción Básicas**
  - Básicas – sólo son asignadas de la forma
$$i := i + c$$
  - Derivadas – variables definidas una sola vez dentro de  $L$ , y como función lineal de otra variable de inducción.





# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Convenciones

- Sea  $L$  el conjunto de bloques de un Ciclo Natural.
- Se dispone de la información de Cómputos Invariantes previamente detectados que ya han sido movidos.
- Cada instrucción dispone de información de Definiciones Activas.
- El Algoritmo detectará las variables de inducción  $j$ , cada una de las cuales tiene asociada una tripleta de la forma

$$j : (i, c, d)$$

tales que

- $i$  es la variable de inducción básica.
- $c$  y  $d$  son constantes tales que cuando  $j$  está definida, su valor es  $c \times i + d$ .

Diremos que  $j$  pertenece a la *familia* de  $i$



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

- 1 Encontrar definiciones de variables básicas – resultarán tuplas

$$j : (j, 1, 0)$$



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

- 1 Encontrar definiciones de variables básicas – resultarán tuplas

$$j : (j, 1, 0)$$

- 2 Encontrar variables  $k$  con *exactamente una* asignación de la forma

$$k := j * b \qquad k := b * j$$

$$k := j + b \qquad k := b + j$$

$$k := j - b \qquad k := b - j$$

$$k := j / b$$

y calcular su tupla.

... con mucho cuidado



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Cálculo de las tuplas

Encontramos una variable  $k$  que depende de  $j$



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Cálculo de las tuplas

Encontramos una variable  $k$  que depende de  $j$

- Si  $j$  es básica,  $k$  está en su familia – tupla depende de la operación

$$k := j * b \quad k : (j, b, 0)$$

$$k := j + b \quad k : (j, 1, b)$$



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Cálculo de las tuplas

Encontramos una variable  $k$  que depende de  $j$

- Si  $j$  es básica,  $k$  está en su familia – tupla depende de la operación

$$k := j * b \quad k : (j, b, 0)$$

$$k := j + b \quad k : (j, 1, b)$$

- Si  $j$  no es básica, entonces está en la familia de alguna  $i$  – es necesario que se cumplan dos condiciones:
  - No puede haber asignaciones a  $i$  entre las asignaciones de  $j$  y de  $k$ .
  - Ninguna definición de  $j$  fuera de  $L$  alcanza a  $k$ .



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Cálculo de las tuplas

Encontramos una variable  $k$  que depende de  $j$

- Si  $j$  es básica,  $k$  está en su familia – tupla depende de la operación

$$k := j * b \quad k : (j, b, 0)$$

$$k := j + b \quad k : (j, 1, b)$$

- Si  $j$  no es básica, entonces está en la familia de alguna  $i$  – es necesario que se cumplan dos condiciones:
  - No puede haber asignaciones a  $i$  entre las asignaciones de  $j$  y de  $k$ .
  - Ninguna definición de  $j$  fuera de  $L$  alcanza a  $k$ .
- Generamos la tupla a partir de  $j : (i, c, d)$  según la operación

$$k := b * j \quad k : (i, b*c, b*d)$$

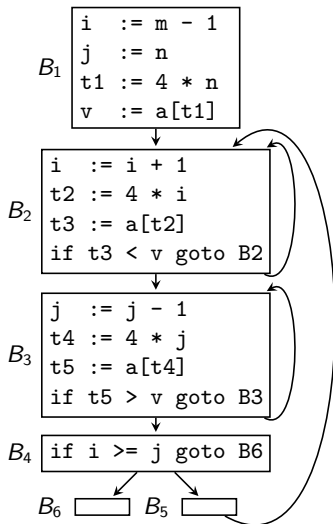
$$k := j + b \quad k : (i, c, b+d)$$



# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Ciclo $B_2$

- Variable Básica  $i$ 
  - $i := i + 1$  – única asignación.
  - Tupla  $i : (i, 1, 0)$
- Variable Indirecta  $t_2$ 
  - $t_2 := 4 * i$  – única asignación.
  - En la familia de  $i$
  - Tupla  $t_2 : (i, 4, 0)$

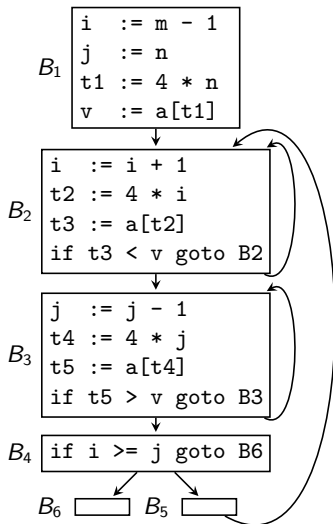




# Algoritmo de Detección de Variables de Inducción

## Ciclo $B_3$

- Variable Básica  $j$ 
  - $j := j - 1$  – única asignación.
  - Tupla  $j : (j, 1, 0)$
- Variable Indirecta  $t_4$ 
  - $t_4 := 4 * j$  – única asignación.
  - En la familia de  $j$
  - Tupla  $t_4 : (j, 4, 0)$



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia
  - 1 Crear una nueva variable temporal  $s$  –  
¡si dos o más de la familia tienen la misma tripleta, compartirán  $s$ !



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia
  - 1 Crear una nueva variable temporal  $s$  –  
¡si dos o más de la familia tienen la misma tripleta, compartirán  $s$ !
  - 2 Reemplazar la asignación a  $j$  por  $j := s$ .



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia
  - 1 Crear una nueva variable temporal  $s$  –  
¡si dos o más de la familia tienen la misma tripleta, compartirán  $s$ !
  - 2 Reemplazar la asignación a  $j$  por  $j := s$ .
  - 3 Después de cada asignación  $i := i + n$  en  $L$ , incorporar

$$s := s + c * n$$



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia
  - Crear una nueva variable temporal  $s$  –  
¡si dos o más de la familia tienen la misma tripleta, compartirán  $s$ !
  - Reemplazar la asignación a  $j$  por  $j := s$ .
  - Después de cada asignación  $i := i + n$  en  $L$ , incorporar
$$s := s + c * n$$
  - Agregar  $s : (i, c, d)$  a la familia de  $i$ .



# Reducción de Fuerza

- Identificadas las *familias* de variables de inducción, se modifican las instrucciones para usar sumas o restas en lugar de multiplicaciones.
- Para cada variable de inducción básica  $i$ , repetir para cada  $j : (i, c, d)$  en la familia

- Crear una nueva variable temporal  $s$  –  
 ¡si dos o más de la familia tienen la misma tripleta, compartirán  $s$ !
- Reemplazar la asignación a  $j$  por  $j := s$ .
- Después de cada asignación  $i := i + n$  en  $L$ , incorporar

$$s := s + c * n$$

- Agregar  $s : (i, c, d)$  a la familia de  $i$ .
- Agregar la inicialización al **final** del *pre-header*

$$s := c * i$$

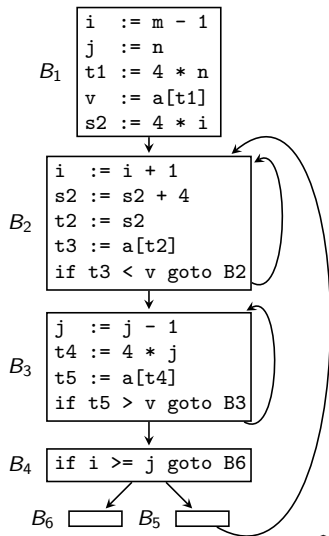
$$s := s + d$$



# Algoritmo de Reducción de Fuerza

## Sobre el Ciclo $B_2$

- Variable Básica  $i$ 
  - Nueva variable  $s_2$
  - Reemplazar  $t_2 := 4 * i$  por  $t_2 := s_2$
  - Agregar  $s_2 := s_2 + 4$  después de la asignación de  $i$ .
  - Incorporar la inicialización al *pre-header* – usamos  $B_1$  directamente.
  - Incorporar  $s_2 : (i, 4, 0)$  a la familia de  $i$ .

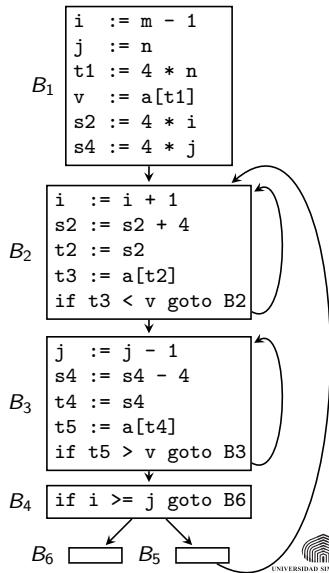




# Algoritmo de Reducción de Fuerza

## Sobre el Ciclo $B_3$

- Variable Básica  $j$ 
  - Nueva variable  $s_4$
  - Reemplazar  $t_4 := 4 * j$   
por  $t_4 := s_4$
  - Agregar  $s_4 := s_4 - 4$   
después de la asignación de  $j$ .
  - Incorporar la inicialización al  
*pre-header* – usamos  $B_1$   
directamente.
  - Incorporar  $s_4 : (j, 4, 0)$   
a la familia de  $j$ .



# Eliminación de Variables de Inducción

Hit the road, Jack!

- Sea la variable de inducción básica  $i$ , tal que sólo se usa para:
  - Calcular otras variables de inducción en su familia.
  - Evaluar saltos condicionales.
- Podemos reemplazarla por alguna de sus derivadas.
  - Seleccionamos la  $j : (i, c, d)$  con los valores más simples de  $c$  y  $d$  – preferiremos  $d$  cero o uno, y  $c$  potencia de dos.
  - Modificamos los condicionales donde aparezca  $i$  para usar  $j$ .

Hemos de considerar dos casos.



# Eliminación de Variables de Inducción

## Caso 1 – Una de las variables no es de inducción

```
if i op x goto B
```

- $x$  **no** es variable de inducción
- Existe  $j : (i, c, d)$  con los  $c$  y  $d$  más simples.
- Cambiamos el condicional por

```
r := c * x
```

```
r := r + d
```

```
if j op r goto B
```

- $r$  es una nueva variable temporal.
- La primera instrucción es  $r := x$  si  $c = 1$ .
- Puede omitirse la segunda instrucción si  $d = 0$ .



# Eliminación de Variables de Inducción

Ambas variables son de inducción

```
if i1 op i2 goto B
```

- Ambas variables de inducción.
- Caso Fácil
  - $j1 : (i1, c, d)$  y  $j2 : (i2, c, d)$
  - Basta usar `if j1 op j2 goto B`.
- Caso Complejo
  - $j1 : (i1, c1, d1)$  y  $j2 : (i2, c2, d2)$
  - Hay que deducir la correlación matemática – no vale la pena hacer el cambio si requiere multiplicaciones.



# Eliminación de Variables de Inducción

- Después de sustituir las variables en los condicionales, las asignaciones a las variables sustituidas no son necesarias.
- Durante la reducción de fuerza se agregaron instrucciones  $j := s$ 
  - Si no hay asignaciones a  $s$  entre la copia y el uso de  $j$ , reemplazar todos los usos de  $j$  por  $s$  y eliminar la copia.
  - Fácil de hacer en un mismo bloque – ¡es el caso frecuente!
  - Para hacerlo entre bloques diferentes es necesario calcular la información de uso de expresiones.



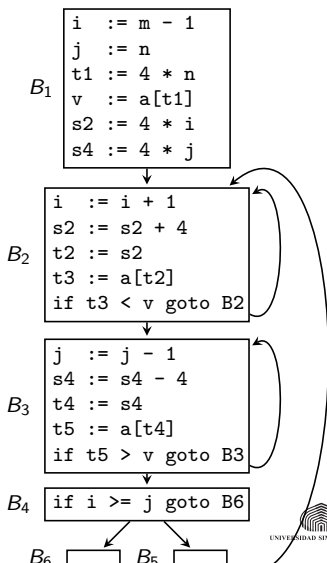
# Algoritmo de Eliminación de Variables de Inducción

## Sobre el Ciclo $B_2$

- $i$  no puede eliminarse – usada en condicional *fuera* de  $B_2$ .
- $s_2$  no puede eliminarse – se usa para acceder al arreglo.

## Sobre el Ciclo $B_3$

- $j$  no puede eliminarse – usada en condicional *fuera* de  $B_3$ .
- $s_4$  no puede eliminarse – se usa para acceder al arreglo.



# Algoritmo de Eliminación de Variables de Inducción

## Sobre el Ciclo $B_2, B_3, B_4, B_5$

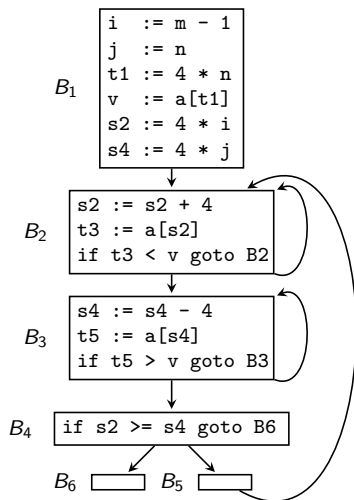
- $s_2$  familia de  $i$  –  $s_4$  familia de  $j$
- $i$  y  $j$  sólo se usan en el condicional  $B_4$ .

- Encontramos el “caso fácil”

$s_2 : (i, 4, 0)$

$s_4 : (j, 4, 0)$

- Sustituimos  $i$  por  $s_2$  y  $j$  por  $s_4$  en  $B_4$ .
- Eliminamos las asignaciones a  $i$  y  $j$ .
- Sustituimos  $t_2$  por  $s_2$ , y  $t_4$  por  $s_4$ .



# Bibliografía

- [*Aho*] (Primera Edición)
  - Sección 10.7
  - Ejercicios 10.1 a 10.3