

Análisis de Flujo

CI4722 – Lenguajes de Programación III

Ernesto Hernández-Novich
<emhn@usb.ve>

Universidad “Simón Bolívar”

Copyright ©2012-2016

¿Qué hacer con aliasing?

- Dos o más expresiones denotan la misma *dirección* de memoria se denominan **aliasing**.
 - Los apuntadores introducen aliasing explícitos.
 - Los procedimientos con pasaje de parámetro por referencia o copia-resultado introducen aliasing implícitos.



¿Qué hacer con aliasing?

- Dos o más expresiones denotan la misma *dirección* de memoria se denominan **aliases**.
 - Los apuntadores introducen aliases explícitos.
 - Los procedimientos con pasaje de parámetro por referencia o copia-resultado introducen aliases implícitos.
- El análisis de flujo de datos se complica por la necesidad de tomar decisiones conservadores en cuanto al código – esto es, a falta de información *precisa y completa*:
 - Asignaciones a través de apuntadores cambian cualquier variable.
 - Acceso a través de apuntadores consultan cualquier variable.

Muchas más variables vivas y definiciones activas de lo que hay en realidad.



Un lenguaje con apuntadores

Muy simple, pero ilustra los problemas y soluciones

- Consideremos un lenguaje tal que
 - Dispone de enteros y reales de cuatro bytes cada uno.
 - Arreglos de estos tipos primitivos.
 - Apuntadores a los tipos básicos y a los arreglos – no hay apuntadores hacia apuntadores.
- Nos bastará saber que un apuntador p apunta hacia *algún* elemento de un arreglo a sin importar cuál elemento en particular.
 - Típicamente los apuntadores son “cursores” sobre arreglos.
 - El análisis conservador siempre terminará diciendo que apunta sobre *algún* elemento del arreglo – ¿para qué complicarnos?



Aritmética sobre nuestros apuntadores

- Si p apunta a un tipo básico
 - Sumarle o restarle un entero *puede* producir un *entero*.
 - *Nunca* será considerado un apuntador.



Aritmética sobre nuestros apuntadores

- Si p apunta a un tipo básico
 - Sumarle o restarle un entero *puede* producir un *entero*.
 - *Nunca* será considerado un apuntador.
- Si p apunta a un arreglo
 - Sumarle o restarle un entero produce un apuntador que posiblemente apunte a otra posición dentro del mismo arreglo.
 - Cualquier otra operación *nunca* produce un apuntador.



Aritmética sobre nuestros apuntadores

- Si p apunta a un tipo básico
 - Sumarle o restarle un entero *puede* producir un *entero*.
 - *Nunca* será considerado un apuntador.
- Si p apunta a un arreglo
 - Sumarle o restarle un entero produce un apuntador que posiblemente apunte a otra posición dentro del mismo arreglo.
 - Cualquier otra operación *nunca* produce un apuntador.
- Mover un apuntador de un arreglo a otro mediante aritmética, aunque posible, es demencial y no lo contemplaremos.
 - Depende de una implantación que asegure contigüidad.
 - Un optimizador de código sólo debe basarse en las expresiones de alto nivel para decidir cómo mejorarlas.



Aritmética sobre nuestros apuntadores

- Si p apunta a un tipo básico
 - Sumarle o restarle un entero *puede* producir un *entero*.
 - *Nunca* será considerado un apuntador.
- Si p apunta a un arreglo
 - Sumarle o restarle un entero produce un apuntador que posiblemente apunte a otra posición dentro del mismo arreglo.
 - Cualquier otra operación *nunca* produce un apuntador.
- Mover un apuntador de un arreglo a otro mediante aritmética, aunque posible, es demencial y no lo contemplaremos.
 - Depende de una implantación que asegure contigüidad.
 - Un optimizador de código sólo debe basarse en las expresiones de alto nivel para decidir cómo mejorarlas.
- Nuestras suposiciones simplifican la identificación de apuntadores:
 - Los símbolos declarados como tales en el programa.
 - Temporales asignadas con un apuntador, más una constante.



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.

❶ Después de $p := \&x$

- p apunta *solamente* a x .
- Si x es un arreglo, entonces p *podría* continuar apuntando a x después de una instrucción $p := \&x + c$



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.

- ➊ Después de $p := \&x$
 - p apunta *solamente* a x .
 - Si x es un arreglo, entonces p *podría* continuar apuntando a x después de una instrucción $p := \&x + c$
- ➋ Después de $p := q + c$, si q *podía* apuntar a un arreglo, p también *podría* estar apuntándole.



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.

- ➊ Después de $p := \&x$
 - p apunta *solamente* a x .
 - Si x es un arreglo, entonces p *podría* continuar apuntando a x después de una instrucción $p := \&x + c$
- ➋ Después de $p := q + c$, si q *podía* apuntar a un arreglo, p también *podría* estar apuntándole.
- ➌ Después de $p := q$, p *puede* apuntar a lo mismo que apuntaba q .



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.

- ➊ Después de $p := \&x$
 - p apunta *solamente* a x .
 - Si x es un arreglo, entonces p *podría* continuar apuntando a x después de una instrucción $p := \&x + c$
- ➋ Después de $p := q + c$, si q *podía* apuntar a un arreglo, p también *podría* estar apuntándole.
- ➌ Después de $p := q$, p *puede* apuntar a lo mismo que apuntaba q .
- ➍ Asignar a p un valor que no sea apuntador, hace que apunte a nada.



Efectos del uso de apuntadores

¿A qué puede apuntar p ?

Sean p y q apuntadores. Sea c una constante entera.

- ➊ Después de $p := \&x$
 - p apunta *solamente* a x .
 - Si x es un arreglo, entonces p *podría* continuar apuntando a x después de una instrucción $p := \&x + c$
- ➋ Después de $p := q + c$, si q *podía* apuntar a un arreglo, p también *podría* estar apuntándole.
- ➌ Después de $p := q$, p *puede* apuntar a lo mismo que apuntaba q .
- ➍ Asignar a p un valor que no sea apuntador, hace que apunte a nada.
- ➎ Asignaciones a otras variables no alteran el conjunto de objetos a los cuales apunta p – supone que no hay apuntadores hacia apuntadores.



Hacia un problema de Análisis de Flujo

- Para cada bloque B calcularemos un conjunto de pares (p, x)
 - p es un apuntador, x es una variable
 - p *podría* apuntar a x .



Hacia un problema de Análisis de Flujo

- Para cada bloque B calcularemos un conjunto de pares (p, x)
 - p es un apuntador, x es una variable
 - p *podría* apuntar a x .
- ¿Cuál es el efecto de un bloque B sobre el conjunto?
 - Las reglas establecen el cambio causado por las instrucciones.
 - Los cambios ocurren a medida que se avanza en el programa.

Construyamos la función de transferencia.



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

① Asignación a un apuntador usando un arreglo x –

- Apuntar a la base de un arreglo

$p := \&x$

- Apuntar a un desplazamiento de la base

$p := \&x + c$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

① Asignación a un apuntador usando un arreglo x –

- Apuntar a la base de un arreglo
 $p := \&x$
- Apuntar a un desplazamiento de la base
 $p := \&x + c$
- Invalidar cualquier referencia previa posible via p .
- Incorporar la posible referencia de p a x .

$$f_s(x) = (x - \{(p, b) | \forall b \text{ variable}\}) \cup \{(p, x)\}$$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

- ② Copia de un apuntador con desplazamiento

$p := q + c$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

3 Copia de un apuntador con desplazamiento

$p := q + c$

- Invalidar cualquier referencia previa posible via p .
- Incorporar la posible referencia de p a cualquier referencia via q , siempre que sean referencias hacia un arreglo.

$$f_s(x) = (x - \{(p, b) \mid \forall b \text{ variable}\}) \cup \{(p, b) \mid (q, b) \in x \wedge b \text{ es arreglo}\}$$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

④ Copia simple de apuntadores

$p := q$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

5 Copia simple de apuntadores

$p := q$

- Invalidar cualquier referencia previa posible via p .
- Incorporar la posible referencia de p a cualquier referencia via q .

$$f_s(x) = (x - \{(p, b) | \forall b \text{ variable}\}) \cup \{(p, b) | (q, b) \in x\}$$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

- Asignar cualquier cosa a un apuntador p



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

- ⑥ Asignar cualquier cosa a un apuntador p
 - Invalidar cualquier referencia previa posible via p .

$$f_s(x) = (x - \{(p, b) | \forall b \text{ variable}\})$$



La función de transferencia

La más complicada hasta ahora

- ⑥ Asignar cualquier cosa a un apuntador p
- Invalidar cualquier referencia previa posible via p .

$$f_s(x) = (x - \{(p, b) | \forall b \text{ variable}\})$$

- ⑦ Cualquier instrucción que no sea asignación a un apuntador

$$f_s(x) = x$$

$f_B(x)$ es la composición de las $f_s(x)$ para cada instrucción



Es un problema de Análisis de Flujo

- Dominio – tuplas (p, x) de apuntadores y variables.
- Dirección – *forward flow*.
- Base – $OUT[ENTRY] = \emptyset$
- Función de Transferencia $f_B(x)$ definida previamente.
- Inicialización – $OUT[B] = \emptyset$
- Ecuaciones

$$OUT[B] = f_B(IN[B])$$

$$IN[B] = \bigcup_{P \text{ predecesor de } B} OUT[P]$$



Aprovechando la información calculada

Refinar otros problemas de análisis

- Dado un apuntador p sabemos a cuales variables *podría* estar apuntando – ¿cómo aprovechar ese dato?



Aprovechando la información calculada

Refinar otros problemas de análisis

- Dado un apuntador p sabemos a cuales variables *podría* estar apuntando – ¿cómo aprovechar ese dato?
- Definiciones Activas – ¿cuál es el efecto de $*p := a$?
 - Genera una definición para todo lo que *podría* estar apuntado por p .
 - Mata a b sólo si b **no** es arreglo y es lo **único** a lo que apunta p .



Aprovechando la información calculada

Refinar otros problemas de análisis

- Dado un apuntador p sabemos a cuales variables *podría* estar apuntando – ¿cómo aprovechar ese dato?
- Definiciones Activas – ¿cuál es el efecto de $*p := a$?
 - Genera una definición para todo lo que *podría* estar apuntado por p .
 - Mata a b sólo si b **no** es arreglo y es lo **único** a lo que apunta p .
- Variables Vivas – ¿cuál es el efecto de $*p := a$?
 - Usa ambos valores.
 - Define a b sólo si b es lo **único** a lo que apunta p .



Aprovechando la información calculada

Refinar otros problemas de análisis

- Dado un apuntador p sabemos a cuales variables *podría* estar apuntando – ¿cómo aprovechar ese dato?
- Definiciones Activas – ¿cuál es el efecto de $*p := a$?
 - Genera una definición para todo lo que *podría* estar apuntado por p .
 - Mata a b sólo si b **no** es arreglo y es lo **único** a lo que apunta p .
- Variables Vivas – ¿cuál es el efecto de $*p := a$?
 - Usa ambos valores.
 - Define a b sólo si b es lo **único** a lo que apunta p .
- Variables Vivas – ¿cuál es el efecto de $a := *p$?
 - Usa ambos valores, además de cualquier b al cual p podría apuntar.
 - Es una definición de a .



Análisis entre procedimientos

- Los programas son una colección de varios diagramas de flujo, relacionados entre sí según las llamadas entre procedimientos.
- El análisis de flujo entre procedimientos debe contemplar la forma en que las definiciones y usos de variables se ven afectados por cada procedimiento.
- Parámetros de procedimientos introducen alias

Modelo de análisis con procedimientos

- Supongamos un lenguaje que permite procedimientos
 - Recursivos.
 - Alcance global y estático.
 - Sin alcance en bloques anidados.
 - Pasaje de parámetros por *referencia*.
- Supondremos que los diagramas de flujo para cada procedimiento
 - Tienen un único punto de entrada y un único punto de salida.
 - Cualquier nodo está en al menos un camino entre el nodo de entrada y el nodo de salida.

p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q.



p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q.
 - q puede definir sus locales – esto no influye en p incluso si $q = p$.



p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q.
 - q puede definir sus locales – esto no influye en p incluso si $q = p$.
 - q puede definir alguna global – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q o llamadas hechas por q.



p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q .
 - q puede definir sus locales – esto no influye en p incluso si $q = p$.
 - q puede definir alguna global – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q o llamadas hechas por q .
 - q puede definir u o v directamente – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q .

p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q .
 - q puede definir sus locales – esto no influye en p incluso si $q = p$.
 - q puede definir alguna global – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q o llamadas hechas por q .
 - q puede definir u o v directamente – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q .
 - q puede definir u o v indirectamente – fácil determinarlo mirando las llamadas hechas por q .



p llama a q

- Durante el análisis de p es posible encontrar una llamada $q(u, v)$.
- Para Definiciones Activas o Expresiones Disponibles necesitamos saber cuáles variables *pueden* ser cambiadas por q .
 - q puede definir sus locales – esto no influye en p incluso si $q = p$.
 - q puede definir alguna global – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q o llamadas hechas por q .
 - q puede definir u o v directamente – fácil determinarlo mirando el cuerpo de q .
 - q puede definir u o v indirectamente – fácil determinarlo mirando las llamadas hechas por q .

¡Puede haber alias que no hemos tomado en cuenta!



Un método para encontrar alias

Calcular una relación de equivalencia

- Relación de equivalencia “*puede ser alias de*”
- No distinguimos entre ocurrencias de una variable en llamadas diferentes a un mismo procedimiento – distinguimos variables locales con mismo nombre en diferentes procedimientos.
- Si determinamos que dos variables pueden ser alias en algún fragmento del programa, supondremos que lo son en *todo* el programa.



Estimación de alias

Un algoritmo simple

- 1 Renombrar variables según sea necesario hasta que
 - Parámetros de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Locales de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Parámetros y locales tengan nombres diferentes entre si.



Estimación de alias

Un algoritmo simple

- 1 Renombrar variables según sea necesario hasta que
 - Parámetros de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Locales de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Parámetros y locales tengan nombres diferentes entre si.
- 2 Si existe el procedimiento $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y tenemos la llamada $p(y_1, y_2, \dots, y_n)$, entonces $\forall i, x_i \equiv y_i$



Estimación de alias

Un algoritmo simple

- 1 Renombrar variables según sea necesario hasta que
 - Parámetros de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Locales de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Parámetros y locales tengan nombres diferentes entre si.
- 2 Si existe el procedimiento $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y tenemos la llamada $p(y_1, y_2, \dots, y_n)$, entonces $\forall i, x_i \equiv y_i$
- 3 Calcular la clausura reflexiva y transitiva de la correspondencia
 - Si $x \equiv y$, agregar $y \equiv x$.
 - Si $x \equiv y \wedge y \equiv z$, agregar $x \equiv z$.



Estimación de alias

Un algoritmo simple

- ① Renombrar variables según sea necesario hasta que
 - Parámetros de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Locales de procedimientos tengan nombres diferentes entre si.
 - Parámetros y locales tengan nombres diferentes entre si.
- ② Si existe el procedimiento $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y tenemos la llamada $p(y_1, y_2, \dots, y_n)$, entonces $\forall i, x_i \equiv y_i$
- ③ Calcular la clausura reflexiva y transitiva de la correspondencia
 - Si $x \equiv y$, agregar $y \equiv x$.
 - Si $x \equiv y \wedge y \equiv z$, agregar $x \equiv z$.

Si el sistema de tipos es bueno, los conjuntos son pequeños

Ejemplo de Estimación de Aliases

```
global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end
```



Ejemplo de Estimación de Aliases

- main llama a foo –
 $h \equiv w, i \equiv x$

```
global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end
```



Ejemplo de Estimación de Aliases

- main llama a foo –
 $h \equiv w, i \equiv x$
- Primera llamada de foo a bar –
 $w \equiv y, w \equiv z$

```

global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end

```

Ejemplo de Estimación de Aliases

- main llama a foo –
 $h \equiv w, i \equiv x$
- Primera llamada de foo a bar –
 $w \equiv y, w \equiv z$
- Segunda llamada de foo a bar –
 $g \equiv y, x \equiv z$

```

global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end

```



Ejemplo de Estimación de Aliases

- main llama a foo –
 $h \equiv w, i \equiv x$
- Primera llamada de foo a bar –
 $w \equiv y, w \equiv z$
- Segunda llamada de foo a bar –
 $g \equiv y, x \equiv z$
- bar llama a foo –
 $k \equiv w, y \equiv x$

```

global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end

```



Ejemplo de Estimación de Aliases

- main llama a foo –
 $h \equiv w, i \equiv x$
- Primera llamada de foo a bar –
 $w \equiv y, w \equiv z$
- Segunda llamada de foo a bar –
 $g \equiv y, x \equiv z$
- bar llama a foo –
 $k \equiv w, y \equiv x$

Todos son aliases

```

global g, h
proc main()
  local i
  g := ...
  foo(h,i)
end
proc foo(w,x)
  x := ...
  bar(w,w)
  bar(g,x)
end
proc bar(y,z)
  local k
  h := ...
  foo(k,y)
end
  
```



Análisis de Flujo de Datos y Procedimientos

Idea general

- $change[p]$ – globales o parámetros que pueden ser cambiados en una llamada a p *sin* tomar en cuenta los alias.
- $def[p]$ – globales o parámetros que tienen definiciones explícitas en p .



Análisis de Flujo de Datos y Procedimientos

Idea general

- $change[p]$ – globales o parámetros que pueden ser cambiados en una llamada a p *sin* tomar en cuenta los alias.
- $def[p]$ – globales o parámetros que tienen definiciones explícitas en p .
- Los cambios efectuados por un procedimiento se calculan como

$$change[p] = def[p] \cup A \cup G$$

donde

- A es el conjunto de globales o parámetros de p , tales que son usadas como parámetros para q , llamada desde p , y pertenecen a $change[q]$.
- G es el conjunto de globales en $change[q]$, para todo q llamado por p .



Análisis de Flujo de Datos y Procedimientos

Idea general

- $change[p]$ – globales o parámetros que pueden ser cambiados en una llamada a p *sin* tomar en cuenta los alias.
- $def[p]$ – globales o parámetros que tienen definiciones explícitas en p .
- Los cambios efectuados por un procedimiento se calculan como

$$change[p] = def[p] \cup A \cup G$$

donde

- A es el conjunto de globales o parámetros de p , tales que son usadas como parámetros para q , llamada desde p , y pertenecen a $change[q]$.
- G es el conjunto de globales en $change[q]$, para todo q llamado por p .
- Algoritmo de punto fijo – converge rápido al inicializar con

$$change[p] = def[p]$$



Eficiencia del algoritmo

Orden de visita a los procedimientos

- Visitar primero aquellos procedimientos que no llaman a otros.
 - Tiene que haber al menos uno así.
 - Para todos ellos $change[p] = def[p]$
- Visitar luego aquellos procedimientos que llaman a procedimientos que no llaman a otros.
 - Se puede calcular $change[p]$ directamente, pues ya disponemos de todos los $change[q]$ calculados en el paso anterior.



Eficiencia del algoritmo

Orden de visita a los procedimientos

- Visitar primero aquellos procedimientos que no llaman a otros.
 - Tiene que haber al menos uno así.
 - Para todos ellos $change[p] = def[p]$
- Visitar luego aquellos procedimientos que llaman a procedimientos que no llaman a otros.
 - Se puede calcular $change[p]$ directamente, pues ya disponemos de todos los $change[q]$ calculados en el paso anterior.
- Generalizar construyendo un *Grafo de Llamadas*
 - Arista $p \rightarrow q$ si p llama a q .
 - Si no hay recursión mutua, se obtiene un DAG.
 - Si hay recursión mutua, procesar primero el DAG – luego converger por punto fijo usando los ciclos.

Variables cambiadas por procedimientos

Algoritmo general – Inicialización

input: colección de procedimientos p_1, \dots, p_n

- Si el Grafo de Llamadas es acíclico, supondremos que p_i llama a p_j cuando $j < i$.
- Si el Grafo de Llamadas tiene ciclos, no suponemos nada.

ouput: $change[p_i]$ para $1 \leq i \leq n$

for all p **do**

 calcular $def[p]$ por inspección

end for

for all p **do**

$change[p] \leftarrow def[p]$

end for



Variables cambiadas por procedimientos

Algoritmo general – Cálculo

```

while haya cambios en cualquier  $change[p]$  do
  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
    for all  $q$  llamado por  $p_i$  do
       $change[p_i] \leftarrow change[p_i] \cup$  globales en  $change[q]$ 
      for all parámetro formal  $x$  de  $q$  do
        if  $x \in change[q]$  then
          for all llamada a  $q$  en  $p_i$  do
            if  $a$  (actual que corresponde a  $x$ ) es global or es formal de  $p_i$  then
               $change[p_i] \leftarrow change[p_i] \cup a$ 
            end if
          end for
        end if
      end for
    end if
  end for
end for
end while

```



Aprovechando la información de cambio

Refinación de otros análisis de flujo de datos

- Expresiones Disponibles – ¿cuándo matar expresiones?
 - Una definición para a mata expresiones que involucren a o sus alias.
 - Una llamada a q no redefine a a menos que $a \in \text{change}[q]$.
- Expresiones Disponibles – ¿cuándo disponer de expresiones?
 - Una llamada a q genera $a+b$ si todos los caminos de ejecución pasan por ella sin redefiniciones para a ni b – usar $\text{change}[q]$ dentro de q .
 - Una ocurrencia de $x+y$ corresponde con $a+b$ sólo si para toda llamada de q , a es alias de x y b es alias de y .



Bibliografía

- [*Aho*] (Primera Edición)
 - Sección 10.8
 - Ejercicios 10.1 a 10.3